Operations Verstärker

Erik Fabrizzi, Fabian Tanzer

F-Pratika
Universität Regensburg

11. April 2021

Inhaltsverzeichnis

0.1 Grundlagen . . . 1
  0.1.1 Operationsverstärker . . . 1
  0.1.2 Analog-Digital-Wandler . . . 4
  0.1.3 Wechselstromfilter . . . 7
  0.1.4 Fourier-Transformation . . . 11
  0.1.5 EKG . . . 14
0.2 Durchfürung . . . 14
  0.2.1 Linearität des Operationsverstärkers . . . 14
  0.2.2 Charatterisierung von Frequenzfiltern . . . 16
  0.2.3 Aufnahme des Elektrokardiogramms . . . 18
0.3 Fazit . . . 27

0.1 Grundlagen

Fast alle Messtechniken der Experimentalphysik beruhen darauf, die untersuchten Effekte in Spannungs- oder Stromsignale umzuwandeln. Damit man diese analogen Infos in digitale Daten und anschlieSSend mit dem Computer verarbeiten kann, benutzt man Verstärkersysteme und Analog-Digital-Wandlerkarten. Ziel dieses Versuchs ist es, Messsignale mit einem A/D-Wandler aufzunehmen. Dazu benutzt man Operationsverstärker und Frequenzfilter.

0.1.1 Operationsverstärker

Ein Operationsverstärker (OPV, OV) bzw. Operational Amplifier (OPAmp, OPA) ist ein analoges, integrierten Bauelement als Gleichspannungsverstärker. Dieser hat mindestens fünf Anschlüsse: den invertierenden Eingang, nichtinvertierenden Eingang, Ausgang, positive Betriebsspannung U_B, negative Betriebsspannung $-U_B$ (s. Abb. 3). Im Schaltbild werden meist nur die ersten drei eingezeichnet:

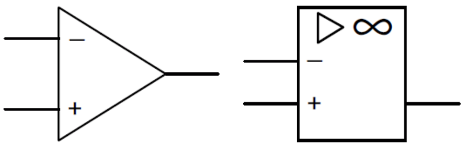

Abbildung 1: altes (links) und neues (rechts) Schaltzeichen (13)

Aufgrund der hohen Leerlaufverstärkung, welche grundlegend für die Anwendung des Gegenkopplungsprinzips ist, besitzt der OPV sehr viele Anwendungsbereiche, wie z. B. in der Informations- und Kommunikationstechnik oder Messtechnik.
Die Betriebsspannungen sollten als Erstes zu- und als Letztes ausgeschaltet werden, um mögliche Beschädigungen des OPV durch eine unzulässige Relation zwischen Eingangs- und Betriebsspannungen zu vermeiden!

Es gibt vier verschiedene Typen von OPV:

Eingang-Ausgang	Bezeichnung	Eigenschaften
Voltage-Voltage	VV-Typ, normaler Typ, Spannungs-Verstärker	hochohmiger Eingang, niederohmiger Ausgang
Current-Current	CC-Typ, Strom-Verstärker	niederohmiger Eingang, hochohmiger Ausgang
Voltage-Current	VC-Typ, Transkonduktanz-Verstärker (Operational Transconductance Amplifier, OTA)	hochohmiger Eingang, hochohmiger Ausgang, bevorzugt zum Treiben von Koaxialleitungen
Current-Voltage	CV-Typ, Transimpedanz-Verstärker	niederohmiger Eingang, niederohmiger Ausgang, bevorzugt als Videoverstärker (hohe Bandbreite)

Abbildung 2: OPV-Typen (13)

Bei uns wird der VV-Typ mit hochohmigen Ein- und niederohmigen Ausgang verwendet.

Verstärkungsfaktor

Der **Verstärkungsfaktor** V ist definiert als das Verhältnis von Ausgangs- zur Eingangsspannung:

$$V := \frac{U_a}{U_e} \tag{1}$$

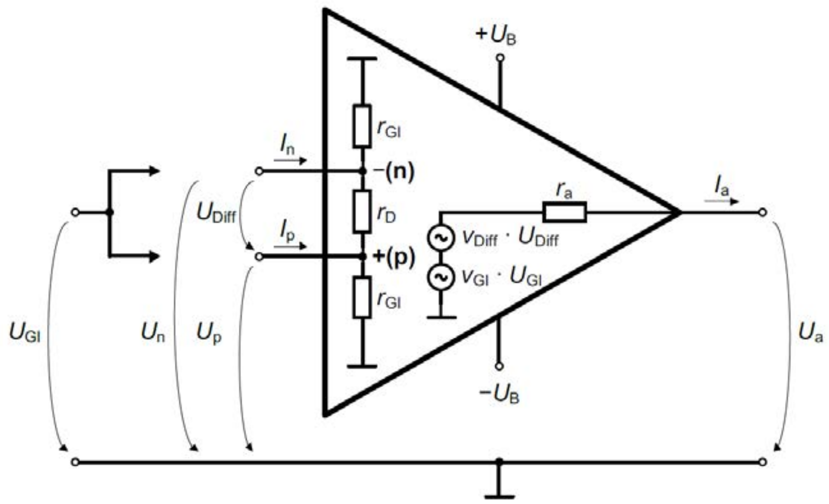

Abbildung 3: OPV-Bezeichnungen (13)

Beim Gleichtaktbetrieb (Common Mode) werden beide Eingänge durch die Gleichtaktspannung U_{Gl} beeinflusst. Der Verstärkungsfaktor ergibt sich dann zu

$$V_{Gl} = \frac{U_a}{U_{Gl}} \tag{2}$$

Beim Differenzbetrieb (Differential Mode, Gegentaktbetrieb) wird die anliegende Differenzeingangsspannung U_{Diff} um die Differenzverstärkung V_{Diff} verstärkt. Bei offener Schleife (**Open Loop**), also ohne Gegenkopplung, wird sie auch als **Leerlaufverstärkung** V_L bezeichnet:

$$V_{\text{Diff}} = V_L = \frac{U_a}{U_{\text{Diff}}} \widehat{=} 20\lg\left|\frac{U_a}{U_{\text{Diff}}}\right| \text{ dB} \tag{3}$$

mit

$$U_{\text{Diff}} = U_n - U_p \tag{4}$$

Idealer und Realer OPV

Ein OPV hat zwischen den Eingängen eine sehr hohe sowie zwischen den Ausgängen eine sehr kleine Impedanz. Für den idealen OPV gilt sogar:

$$R_e = \infty, R_a = 0 \tag{5}$$

Die Ausgangsspannung U_a ist begrenzt durch die Eingangsspannung U_e, welche in der GröSSenordnung von nur einigen Volt liegt. Der Verstärkungsfaktor V ist dahingegen deutlich gröSSer. Also muss nach (3) für die differenziell anliegende Spannung U_{Diff} gelten:

$$U_{\text{Diff}} \approx 0 \tag{6}$$

Das wird auch oft als „virtueller Kurzschluss“, bzw. falls ein Eingang geerdet ist als „virtuelle Erdung“ bezeichnet.
Bei einem realen OPV können die Widerstände selbstverständlich nur endliche Werte annehmen. AuSSerdem ist die Ausgangsspannung geringfügig kleiner als die Eingangsspannung bzw. Versorgungsspannung, da immer auch kleine Verluste auftreten (z. B. durch Kabel, elektromagnetische Strahlung, Erwärmung).

Nichtinvertierende OPV

Beim Nichtinvertierenden OPV wird ein Spannungsteiler in die Gegenkopplung geschaltet:

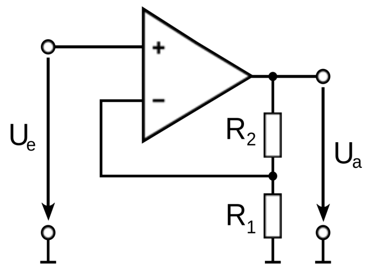

Abbildung 4: Schaltung des nichtinvertierenden OPV (11)

Die Differenzspannung zwischen den Eingängen ist Null. Dadurch stellt sich die Ausgangsspannung stets gröSSer ein als die Eingangsspannung. Für den Verstärkungsfaktor V gilt:

$$V = \frac{U_a}{U_e} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \tag{7}$$

Ist $R_1 = \infty$ und $R_2 = 0$, so erreicht man den kleinstmöglichen Verstärkungsfaktor $V = 1$ (s. 0.1.1).

Impedanzwandler

Beim Impedanzwandler wird der invertierende Eingang direkt mit dem Ausgang verbunden:

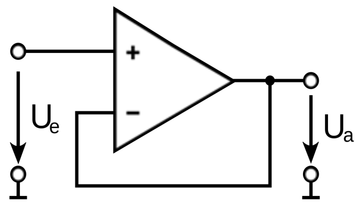

Abbildung 5: Impedanzwandler (10)

Diese Gegenkopplung bzw. virtuelle Kurzschluss bewirkt, dass an beiden Eingängen die gleiche Spannung anliegt und damit die Spannungsdifferenz U_{Diff} zwischen den beiden Eingängen null wird. Somit gilt dann:

$$U_a = U_e \tag{8}$$

Für den Verstärkungsfaktor gilt dann:

$$V = \frac{U_a}{U_e} = 1 \tag{9}$$

Deshalb wird diese Schaltung auch oft als **Spannungsfolger** bezeichnet. AuSSerdem ist im idealen Zustand der Eingangswiderstand unendlich und der Ausgangswiderstand null. Dadurch kann man die Ausgangsspannung konstant halten, unabhängig davon, ob ein Verbraucher angeschlossen ist oder nicht.

0.1.2 Analog-Digital-Wandler

Grundlagen

Ein A/D-Wandler (Analog/Digital-Wandler), oder auch als ADU (Analog-Digital-Umsetzer) bezeichnet, wandelt ein angelegtes analoges Signale in digitales Daten um. Dadurch kann man analog gemessene Daten danach mit dem Computer betrachten und auswerten.

Arbeitsweise

Ein A/D-Wandler setzt ein zeit- und wert-kontinuierliches Eingangssignal (Analogsignal) in eine zeit- und wertdiskrete Folge von digital repräsentierten Werten um. Dabei erfolgt eine Quantisierung, da nur eine endliche Anzahl von möglichen Ausgangswerten erfolgen kann. Als Ergebnis ergibt sich im Signal-Zeit-Diagramm eine Punktfolge mit gestuften horizontalen und vertikalen Abständen:

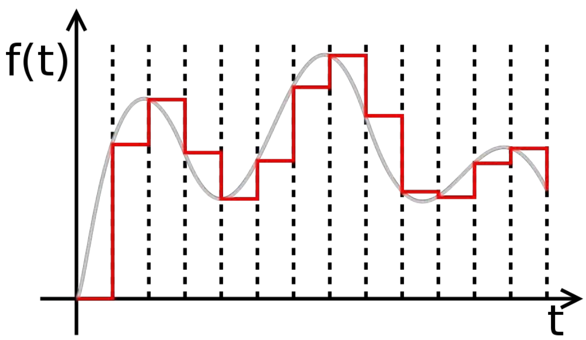

Abbildung 6: Signal-Zeit Diagramm (1)

Wichtige KenngröSSen, die die maximal mögliche Genauigkeit begrenzen, für einen A/D-Wandler sind dessen Bittiefe und maximale Abtastrate.

Abtastrate

Ist t_s das Abtastintervall, also der Abstand zu den Abtastzeitpunkten, so gilt für die Abtastfrequenz bzw. Abtastrate f_s:

$$f_s = \frac{1}{t_s} \tag{10}$$

Nach dem **Nyquist-Shannon-Abtasttheorem** muss für eine korrekte Darstellung des Signals die Abtastfrequenz f_s gröSSer als das Doppelte der maximal möglichen Frequenz f_a (oft auch als $f_{\max}$ bezeichnet) im Eingangssignal sein:

$$f_s > 2f_a \tag{11}$$

Siehe hierzu auch 7. Ist dies nicht der Fall (Unterabtastung), so kommt es zum so genannten **Alias-Effekt** und es treten nichtlineare Verzerrungen auf. Daher darf das Eingangssignal keine beliebig hohen Frequenzen enthalten, es muss also bandbegrenzt sein. Wenn es das nicht grundsätzlich schon ist, so muss man das durch eine Tiefpassfilterung erzeugen. Ist dies technisch nicht möglich, weil das abzutastende Signal zu hohe Frequenzen enthält, so muss man mehrfach abtasten mit zeitlichem Versatz. Somit erhält man mehr Stützstellen und das Abtasttheorem ist nicht mehr verletzt. In folgender Abbildung wurde eine korrekte Abtastung gewählt:

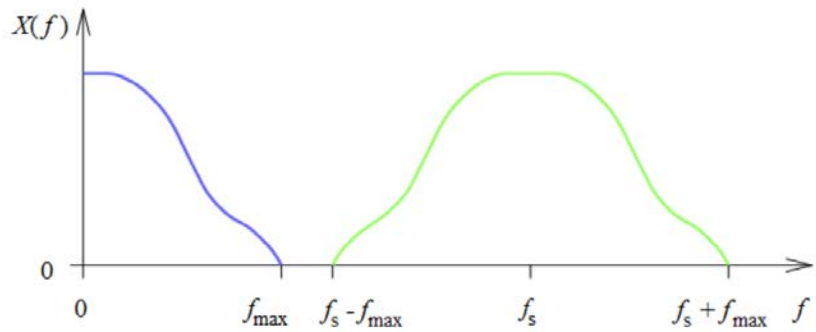

Abbildung 7: Das Eingangssignal (blau) ist bandbegrenzt. Das durch korrekte Abtastung mit der Frequenz f_s entstehende Signal ist grün eingezeichnet. (1)

Beispiel: Ist auf einer CD ein Signale gespeichert, welches durch Digitailiserung eines analogen Audiosignals mit 20 kHz erzeugt wurde, so sollte die Abtastfrequenz 44,1 kHz betragen (2).

Auflösung

Nun muss das vorher zeitdiskrete Signal noch quantisiert werden, d. h. jedem diskreten Wert wird nun eine Binärzahl zugeteilt. Die Auflösung der Messwerte ist somit abhängig von der Anzahl der zur Verfügung stehenden Bits. Natürlich kommt es dabei zu einer Abweichung zwischen der tatsächlichen und der quantisierten Eingangsspannung, welche Quantisierungsfehler genannt wird.

Der von uns verwendete A/D-Wandler besitzt 8 Analog Eingänge mit 12 Bit Auflösung und einen maximalen Spannungsbereich von -10 bis 10 V, sowie 2 Analog-Ausgänge mit 10 Bit Auflösung und einen maximalen Spannungsbereich von 0 bis 10 V (14). Die Auflösung in Volt lässt sich berechnen, indem wir die Differenz durch die Anzahl der möglichen Spannungswerte 2^n teilen:

$$A_{\text{Eingänge}} = \frac{20V}{2^{12}} \approx 4,88\,\text{mV} \tag{12}$$

$$A_{\text{Ausgänge}} = \frac{10V}{2^{10}} \approx 9,77\,\text{mV} \tag{13}$$

Verwendung eines Spannungsteilers

Bei der Aufgabe 1a) wollen wir die Linearität der nicht-invertierenden Verstärker für Verstärkungsfaktoren 1, 10 und 100 überprüfen. Das heiSSt wir legen eine bestimmte Spannung an den OPV an und untersuchen, ob diese um den jeweiligen Verstärkungsfaktor mulitpliziert am A/D-Wandler registriert wird. Die 8 Analog-Eingänge des A/D-Wandlers haben allerdings nur einen Spannungsbereich von -10 bis 10 V. Daher darf zum Beispiel beim Verstärkungsfaktor 100 nur eine Spannung von -0,1 bis 0,1 V am OPV anliegen. Da Generatoren meist nicht so klein beliebig einstellbar sind, müssen wir einen Spannungsteiler verwenden, mit dem sich kleine Spannungen erzeugen lassen.

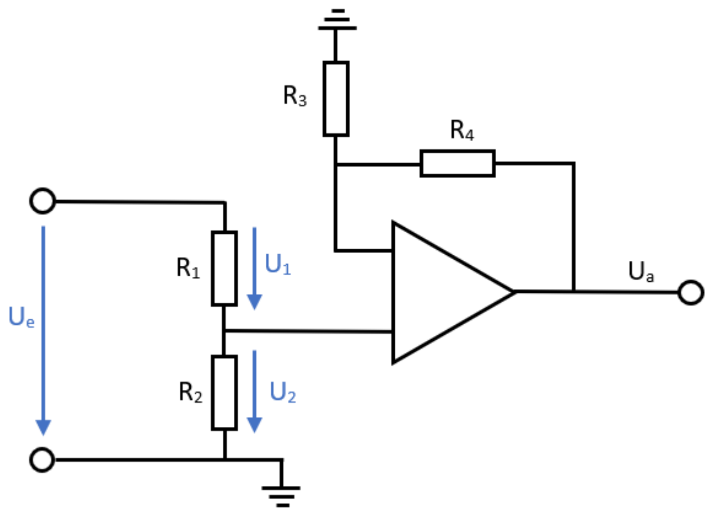

Abbildung 8: Spannungsteiler mit OPV und A/D-Wandler

Die Spannungen lassen sich dann folgendermaSSen umstellen:

$$U_2 = U\frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{14}$$

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \tag{15}$$

0.1.3 Wechselstromfilter

Komplexer Widerstand

Die **Impedanz** Z[1] (komplexe GröSSe) setzt sich aus Wirkwiderstand R und Blindwiderstand X zusammen[2]:

$$Z = R + jX \tag{16}$$

Dies veranschaulicht folgende Abbildung:

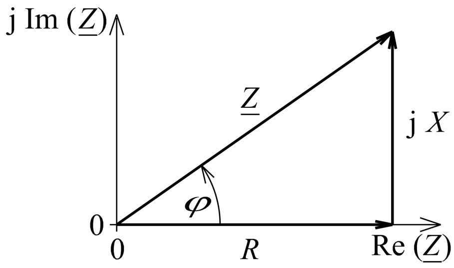

Abbildung 9: Komplexe Widerstand (3)

Durch pythagoreische Addition ergibt sich:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \tag{17}$$

Für den kapazitiven Blindwiderstand (also bei einem Kondensator) gilt:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \tag{18}$$

Für den induktiven Blindwiderstand (also bei einer Spule) gilt:

$$X_L = \omega L \tag{19}$$

Bode-Diagramme

Ein Bode-Diagramm stellt eine komplexwertige Funktion in zwei Graphen dar: Ein Graph visualisiert den Betrag und der andere die Phase in Abhängigkeit von der Frequenz. Oftmals wird für den Betrag die Pseudoeinheit dB benutzt.

[1] Der Betrag der Impedanz wird auch als Scheinwiderstand bezeichnet
[2] In der Elektrotechnik wird für die imaginäre Einheit i meist j verwendet

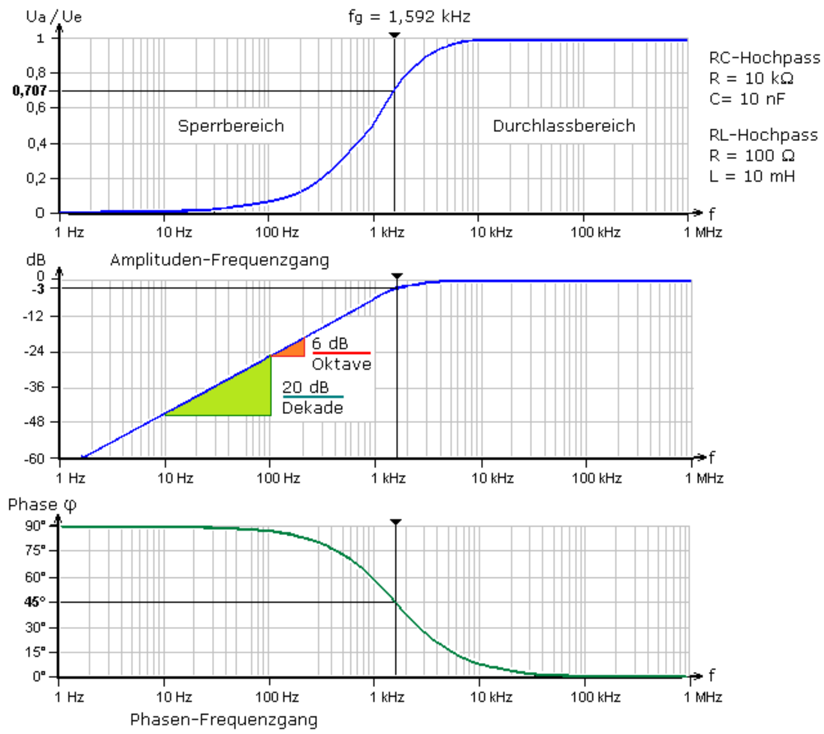

Abbildung 10: Bode-Diagramm eines Hochpassfilters (7)

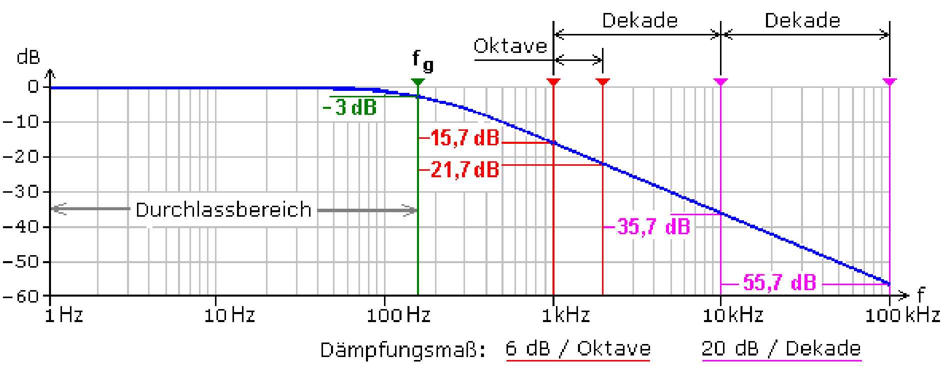

Abbildung 11: Diagramm eines Tiefpassfilters

Für den Logarithmus gilt folgende Rechenregel:

$$\log_n(a \cdot b) = \log_n(a) + \log_n(b) \tag{20}$$

Damit Verstärkungen und Dämpfungen direkt addiert werden können, verwendet man oft die Pseudoeinheit[3] (Dezi)bel:

$$A[\mathrm{dB}] = k \cdot \log_{10}\left(\frac{B(t)}{B_0}\right) \tag{21}$$

Hierbei bezeichnet B_0 einen Bezugswert. Betrachtet man die Leistung P, so ist k = 10 und bei Spannungen ist k = 20. Folgende Tabelle schafft einen Überblick:

[3] Da (Dezi)bel dimensionslos ist

<table>
<tr><th>Verhältnis</th><th>Spannung:
$dB\text{-}Zahl = 20 \cdot \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right)$</th><th>Leistung:
$dB\text{-}Zahl = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a}{P_e}\right)$</th><th rowspan="9">Für Leistungen entsprecht eine Zehnerpotenz zwischen Referenzleistung und Vergleichsleistung 10 dB
.
Für Spannungen entspricht eine Zehnerpotenz zwischen Referenzspannung und Vergleichsspannung 20 dB.</th></tr>
<tr><td>0.01</td><td>-40dB</td><td>-20dB</td></tr>
<tr><td>0.1</td><td>-20dB</td><td>-10dB</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>-6dB</td><td>-3dB</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>2</td><td>+6dB</td><td>+3dB</td></tr>
<tr><td>10</td><td>+20dB</td><td>+10dB</td></tr>
<tr><td>100</td><td>+40dB</td><td>+20dB</td></tr>
<tr><td>1000</td><td>+60dB</td><td>+30dB</td></tr>
</table>

Abbildung 12: Umrechnung in Dezibel (6)

Hochpassfilter

Ein Hochpassfilter 1. Ordnung lässt sich aus Kondensator und Widerstand folgendermaSSen realisieren:

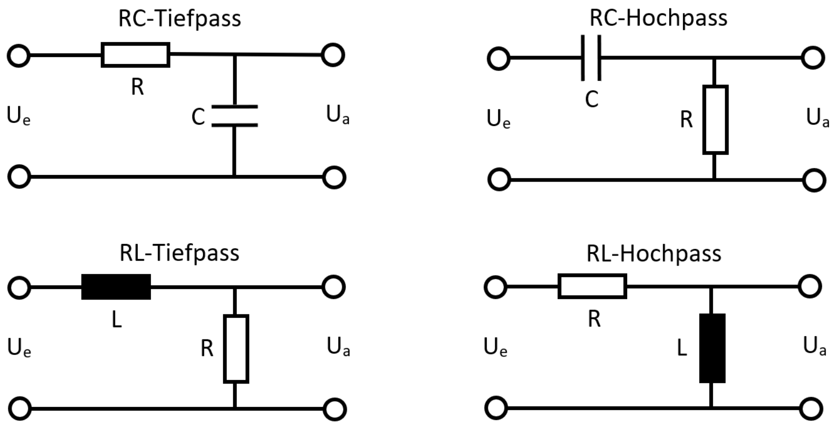

Abbildung 13: Verschiedene Arten von Passfilter 1. Ordnung (Quelle: Selbst erstellt)

Ist die Frequenz f niedrig, so sperrt der hohe Blindwiderstand des Kondensators weitgehend den Strom, wie man anhand (18) leicht erkennen kann. Somit „passieren" den Hochpassfilter fast nur hohe Frequenzen. Dies kann man auch in Abb. 10 gut sehen.

Die **Grenzfrequenz** f_G bezeichnet die Frequenzen, bei denen das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsspannung

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 70,7\,\% \tag{22}$$

bzw.

$$20 \log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \mathrm{dB} \approx -3,01\,\mathrm{dB} \tag{23}$$

beträgt.

Bandsperre

Eine Bandsperre vereint Hoch- und Tiefpass, wie man in folgender Abbildung insbesondere unten rechts leicht erkennen kann:

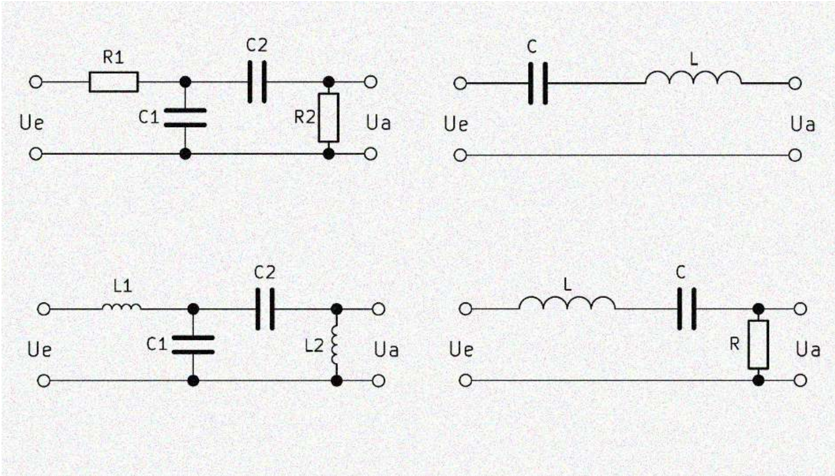

Abbildung 14: oben links: Passiver Bandpass 1. Ordnung, Oben rechts: LC Bandpass 1. Ordnung, Unten links: Passiver Bandpass 2. Ordnung, Unten rechts: RLC Bandpass (typisch) (12)

Sie schwächt also ein breites Frequenzband ab und lässt dieses im Idealfall nicht passieren. Somit hat eine Bandsperre aber auch zwei Grenzfrequenzen, nämlich eine untere Grenzfrequenz f_{Gu} und eine obere Grenzfrequenz f_{Go}. Die **Mittenfrequenz** f_0 bezeichnet den geometrischen Mittelwert aus beiden:

$$f_0 = \sqrt{f_{\mathrm{Gu}} f_{\mathrm{Go}}} \tag{24}$$

Der **Gütefaktor** Q beschreibt im Allgemeinen die Dämpfung eines Schwingkreises. Bei der Bandsperre wird er über die Bandbreite B berechnet:

$$Q = \frac{f_0}{B} = \frac{f_0}{f_{\mathrm{Go}} - f_{\mathrm{Gu}}} \tag{25}$$

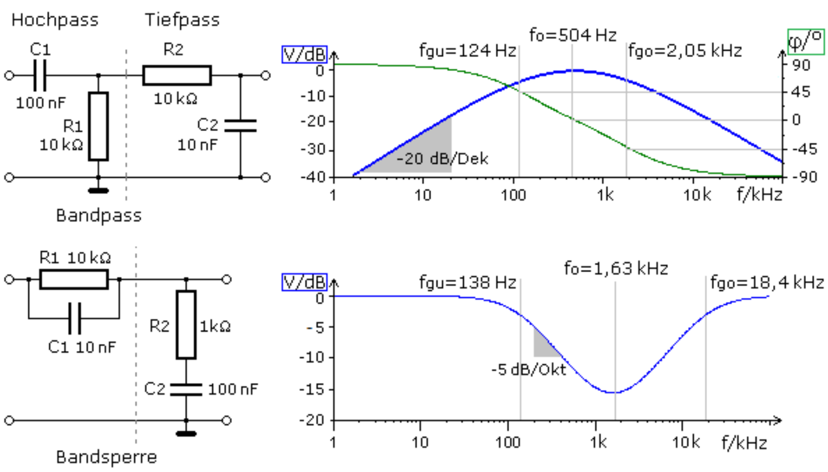

Abbildung 15: Vergleich der Diagramme und Schaltungen von Bandsperre und Bandpass (7)

Filtersteilheit

„Die Flankensteilheit oder Dämpfung wird dann als KenngröSSe pro Oktave, der Frequenzverdopplung oder Dekade, der Frequenz-Verzehnfachung angegeben. Filter n-ter Ordnung haben dort eine Dämpfung von $n \cdot 6 \frac{dB}{\text{Oktave}}$ und $n \cdot 20 \frac{dB}{\text{Dekade}}$ mit n als ganze Zahl gröSSer null.“(7)

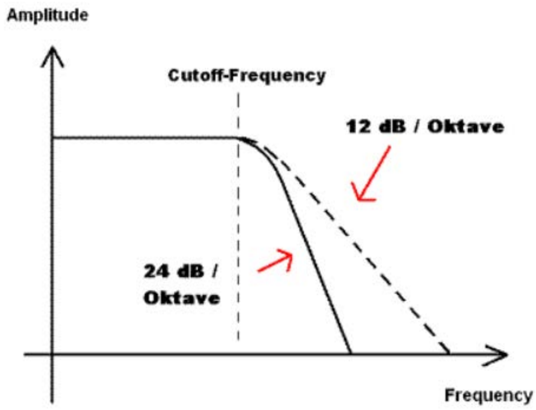

Abbildung 16: Filtersteilheit (8)

Rechteckspannung

Anhand der Formeln (18) und (19) erkennt man, dass das Ausgangssignal einer Rechteckspannung nach einem Tiefpass abhängig von der Frequenz des Signals ist. Wie in Abb. 18 zu sehen ist, ist nach dem Tiefpass keine steile Anstiegsflanke mehr zu erkennen, sondern das Signals steigt exponentiell an. Dasselbe gilt auch für den Abfall bei der Abstiegsflanke. Man kann sich dies mit der Fourier-Transformation erklären. Ein ideales Rechtecksignal besteht nämlich aus unendlich vielen sinus und cosinus Signalen, deren Amplitude mit der Frequenz sinkt. Da durch einen Tiefpass die höheren Frequenzen eliminiert werden, wird das verbleibende Signal ähnlich einer Sinus-Schwingung. Je höher die Grenzfrequenz des Tiefpasses ist, desto mehr höhere Frequenzen verbleiben. Dadurch sind dann die Ecken des Rechtecksignals ausgeprägter.

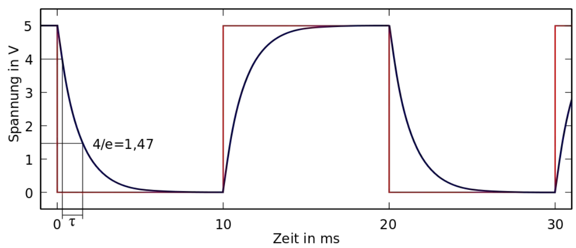

Abbildung 17: Rechteckspannung nach Durchlaufen eines Tiefpasses (4)

0.1.4 Fourier-Transformation

Eine Fourier-Transformationen transformiert vom üblichen Ortsraum in den Frequenzraum. Es wird eine Funktion in ihre Frequenzen zerlegt. Oft interessiert man sich für zeitlich variable Messsignale, welche periodische und nicht periodische Signale, Rauschen oder Überlagerungen sein können. Es ist also wünschenswert, aus dem ankommenden Messsignal die essentiellen Anteile herauszufiltern. „In vielen Fällen interessiert man sich vorrangig für die periodischen Komponenten des Signals, d.h. für den spektralen Gehalt, der dann aus diskreten Anteilen besteht“(15, S. 1). Der FFT (= Fast Fourier Transform) Algorithmus von Cooley und Tukey erlaubt es uns, schnelle Fourier-Transformation am Computer durchzuführen. Davor muss das Signal in kleine, diskrete Stücke unterteilt werden. Diesen Prozess nennt man auch Sampling.

Periodische Funktionen

Es lässt sich jede 2π-periodische Funktion f (in der Messtechnik: diskrete Signale) als Fourierreihe

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(kt) + b_k \sin(kt)) \tag{26}$$

mit den Fourier-Koeffizienten

$$a_k = \frac{1}{\pi} + \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(kt) dt \qquad \text{für} \, k \geq 0 \tag{27a}$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} + \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin(kt) dt \qquad \text{für} \, k \geq 1 \tag{27b}$$

schreiben.

An den Unstetigkeitsstellen stimmt der Verlauf der abgebrochenen Fourierreihe nicht genau mit der ursrprünglichen Funktion f überein. Es kommt zum Überschwingen der abgebrochenen Fourierreihe in der Nähe der Unstetigkeitsstellen. Dies wird als **Gibbssches Phänomen** bezeichnet:

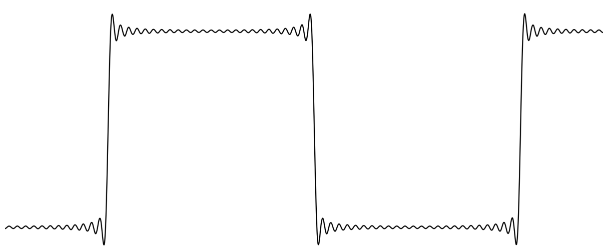

Abbildung 18: Darstellung des Gibbsschen Phänomens (9)

Kontinuierliche Fouriertransformation (Nicht-periodische Funktionen)

Um aber auch nicht-periodische (kontinuierliche) Signale beschreiben zu können, führt man das komplexe Amplitudendichtespektrum F mit diskreten Argumenten $\omega = \frac{2\pi}{T} n$ ein:

$$F(\omega) = \int_{c-\frac{T}{2}}^{c+\frac{T}{2}} f(t) e^{-i\omega t} dt \tag{28}$$

Nun betrachtet man den Grenzübergang $T \to \infty$ und erhält damit die Fourier-Transformation:

$$F(f)(\omega) = \lim_{T \to \infty} F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \tag{29}$$

F heiSSt Fouriertransformierte von f.

Diskrete Fouriertransformation

In der Signalverarbeitung kennt man meist nicht die (kontinuierliche) Funktion (d. h. nicht zu unendlich vielen Zeitwerten), sondern nur zu N diskreten Zeiten (Samplerate, Abtastrate). Es wurde also gesampelt, d. h. Stichproben $f(t_k) = f_k$ zu den Zeitpunkten t_k aufgezeichnet. Die diskrete Fouriertransformation setzt f_k auSSerhalb des Intervalls allerdings periodisch fort (15). Macht man bei Formel (28) den Übergang von der Periodendauer T zur Samplerate N, so erhält man folgende Definition:

$$F_j = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f_k e^{-\frac{2\pi i k j}{N}} \qquad \text{diskrete Fouriertransformation} \tag{30a}$$

$$f_k = \sum_{j=0}^{N-1} F_j e^{\frac{2\pi i k j}{N}} \qquad \text{diskrete inverse Fouriertransformation} \tag{30b}$$

Je länger die Messung dauert, also je gröSSer die Periodendauer T ist, desto mehr Samples werden aufgenommen. Somit steigt auch die Anzahl der Fourierkomponenten und damit auch die Frequenzauflösung (15, S. 14).

Digitale Frequenzfilter

Ein digitaler Filter ist ein sogenannter mathematischer Filter. Im Unterschied zu analogen Filtern, welche mit Widerständen, Kondensatoren, Spulen oder Operationsverstärkern aufgebaut werden, werden digitale Filter mit Logikbausteinen umgesetzt. Folglich arbeiten digitale Filter nur mit zeitdiskreten Signalen.
Damit ein digitaler Frequenzfilter korrekt funktioniert, muss das sogenannte **Shannon'sche Abtasttheorem** erfüllt sein (vgl. 0.1.2):

1. Oberhalb einer gewissen Grenzfrequenz $f_{\text{Signal, max}}$ (auch **Nyquist-Frequenz** genannt) müssen alle Frequenzanteile Null sein.

2. Die Abtastfrequenz f_{Abtast} muss mindestens doppelt so hoch sein wie die Nyquist-Frequenz $f_{\text{Signal, max}}$:

$$f_{\text{Abtast}} \geq 2 f_{\text{Signal, max}} \tag{31}$$

Ist die Abtastrate nicht mindestens doppelt so groSS wie die Nyquist-Frequenz, so tritt der **Aliasing Effekt** auf: Es treten Frequezanteile im Spektrum auf, die im Signal nicht enthalten sind (5).
Genauso wie bei den analogen Filtern gibt es auch hier Hochpass, Tiefpass, Bandpass

und Bandsperre. Es wird zwischen nichtrekursiven FIR-Filtern (engl. finite impulse response) und rekursiven IIR-Filtern (engl. infinite impulse response) unterschieden.

Zunächst werden durch den „Teile-und-Herrsche“-Sortieralogrithmus die digital aufgenommenen Signale mithilfe der diskreten Fouriertransformation in den Frequenzraum überführt. AnschlieSSend werden durch Multiplikation der Fourierkoeffizienten mit einer Gewichtungsfunktion gezielt Amplituden bestimmter Frequenzbereiche verändert. Zuletzt wird das Signal aus dem Frequenzraum wieder rücktransformiert (30b).

0.1.5 EKG

Die Messung eines EKG's (= Elektrokardiogramm) stellt einige messtechnische Herausforderungen bereit. So können wir im Praktikumsversuch selbstverständlich nicht die Spannungsimpulse direkt am Herzmuskel abgreifen, sondern müssen beide Arme eines Praktikanten über Elektroden kontaktieren. Hierbei wird die elektrische Leitfähigkeit des menschlichen Körpers ausgenutzt. Der menschliche Körper hat allerdings einen hohen Innenwiderstand. Somit muss die Impedanz des Verstärkers ebenfalls hoch sein. Dennoch sind die Amplituden der so messbaren Spannungsimpulse nur etwa 1 mV groSS.
Um die Signalübertragung dennoch zu ermöglichen, werden die Kontaktwiderstände zwischen Haut und Elektroden mittels Kontaktspray reduziert. Dadurch tritt allerdings eine Gleichspannung von bis zu 300 mV auf, die die Spannungsimpulse von etwa 1 mV überlagert und dadurch nur schwer messbar machen. Da die Arme des Praktikanten eine Spannungsquelle mit hohem Innenwiderstand darstellt, bildet sich eine groSSe Induktionsschleife. Zudem erzeugen auch die Elektroden und Kabel eine elektromagnetische Strahlung, welche zu einem Leistungsverlust im Messsignal und zu Störfeldern führt.
Abhilfe kann man schaffen, indem man möglichst kurze Kabel und Praktikanten mit kuren Armen verwendet. AuSSerdem sollen weitere metallische Gegenstände in näherer Umgebung vermieden werden, da auch diese das Messergebnis beeinflussen können (14).

0.2 Durchfürung

0.2.1 Linearität des Operationsverstärkers

In den folgenden Messungen wird die lineare Abhängigkeit zwischen Eingang und Ausgang des Operationsverstärkers getestet und auch der theoretische Wert für den Verstärkungsfaktor wird mit dem gemessenen Wert verglichen, um die theoretischen Überlegungen zu bestätigen.

Die Testschaltung

Die Schaltung enthält einen Operationsverstärker, der über die Widerstände $R1$ und $R2$ über den invertierenden Eingang geschleift wird und am nicht invertierenden Eingang einen Spannungsteiler besitzt, der dem Eingang den Spannungsabfall zwischen $R3$ und

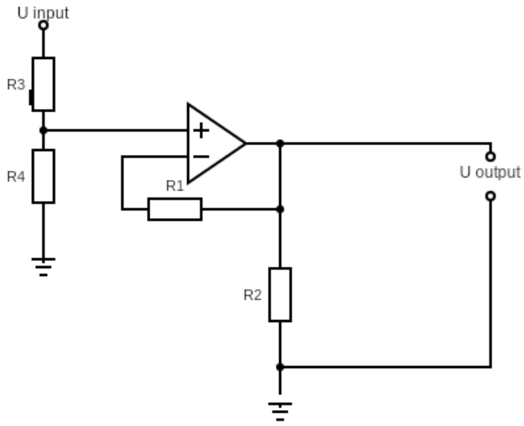

Abbildung 19: Testschaltung für den Operationsverstärker mit einem Spannungswandler am nicht invertierten Input.

$R4$ liefert ($U_{in} = U_{R3} + U_{R4}$). Der Operationsverstärker wird durch ein externes Netzteil mit $V_+ = 15V$ und $V_- = -15V$ versorgt. U_{in} wird über die GPIO des AD-Wandlers in einem Bereich von 0V bis 5V mit variierendem Schrittabstand versorgt. Die Messpunkte für U_{out} wurden vom AD-Wandler atomatisch gespeichert.

Messung und Ergebnisse

Wie in den Plots zu sehen ist, gilt die Gleichung für die Ausgangsspannung $U_{out} = AU_{in}$ für verschiedene Werte des Verstärkungsfaktors. Der einzige Messwert, der nicht mit der Theorie wert übereinstimmt, ist der für $R1 = 47[k\Omega]$ und $R2 = 470[\Omega]$ gemessene Verstärkungsfaktor. Das kann an einem numerischen Fehler bei der Berechnung der Eingangsspannung oder an der Toleranz der verwendeten Widerstände liegen.

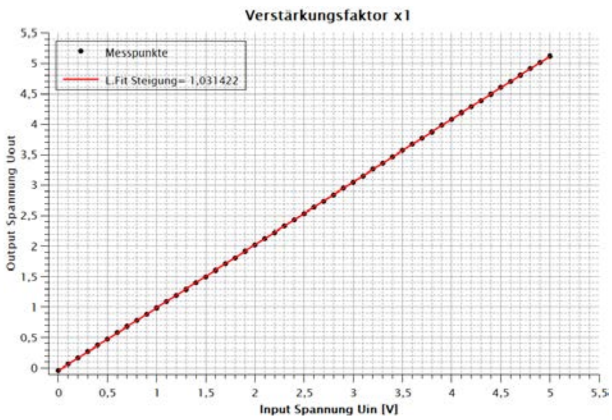

Abbildung 20: Lineare Abhängigkeit zwischen U_{in} U_{out} für $A_mes = 1,031$.

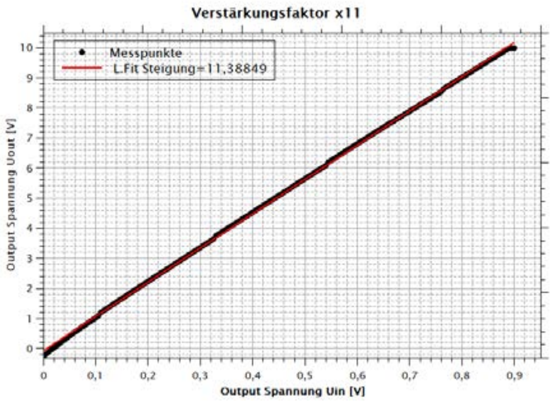

Abbildung 21: Lineare Abhängigkeit zwischen U_{in} U_{out} für $A_mes = 11,38$.

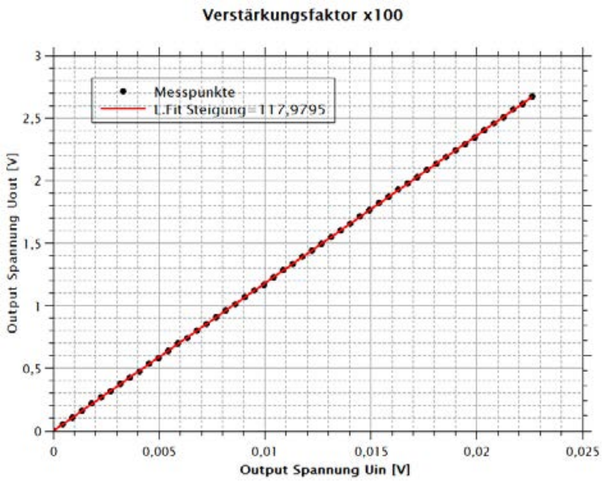

Abbildung 22: Lineare Abhängigkeit zwischen U_{in} U_{out} für $A_mes = 118$.

Die Ergebnisse der Messung für verschiedene Widerstandswerte sind in der folgenden Tabelle angegeben:

R1[Ω]	R2[Ω]	R3[Ω]	R4[Ω]	A_{Theo}	A_{Meas}
0	∞	0	0	1	1,031
15000	150	0	0	11	11,38
47000	470	23000	100	101	118

Hier bedeutet 0 nur Leitungswiderstand und ∞ eine unterbrochene Verbindung zur Erde.

0.2.2 Charatterisierung von Frequenzfiltern

Im folgenden Abschnitt werden wir den Amplituden- und Phasenfrequenzgang der Tiefpass- und Bandsperrfilter messen, die in der EKG-Schaltung verwendet werden.

Tiefpass mit Grenzfrequenz 14Hz

Der Tiefpassfilter wurde mit einer Sinuswelle gespeist, die mit einem Signalgenerator erzeugt wurde, und sein Ausgang wurde mit einem Digitaloszilloskop gemessen. Die Peak-To-Peak-Amplitude des Ausgangssignals und die Phasenverschiebung zum Eingangssignal wurden vom Oszilloskop automatisch gemessen, um Ablesefehler zu eliminieren.

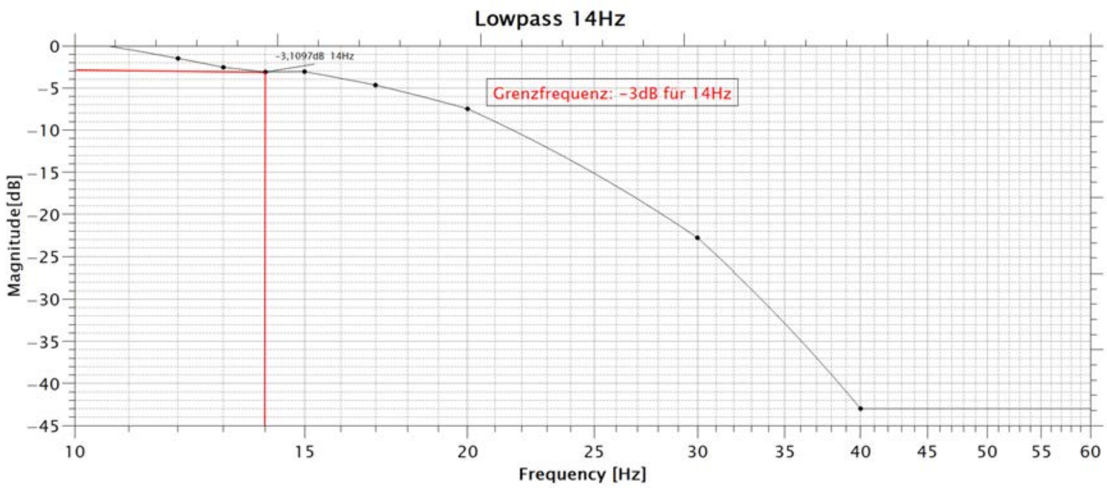

Abbildung 23: Bode-Plot des Tiefpassfilters aus der EKG-Schaltung. Die Cut-Off-Frequenz ist durch rote Linien markiert.

Wie im Diagramm zu sehen ist, entspricht die Amplitude von $-3dB$ zur Referenzamplitude der Cut-Off-Frequenz von 14Hz, was den theoretischen Wert bestätigt. Für die Steigung zwischen den Punkten bei 20Hz und 25Hz erhalten wir:

$$slope = \frac{(16-8)dB}{log_{10}(25) - log_{10}(25)} = 82,55\frac{dB}{Oktave} = 20 \times Ordnung \tag{32}$$

Das verwendete Filter ist ein Tiefpass 4ter Ordnung. Für die Phasenverschiebung des Tiefpasses ergibt sich folgender Bodeplot, der mit dem theoretischen Frequenzgang eines Tiefpasses übereinzustimmen scheint.

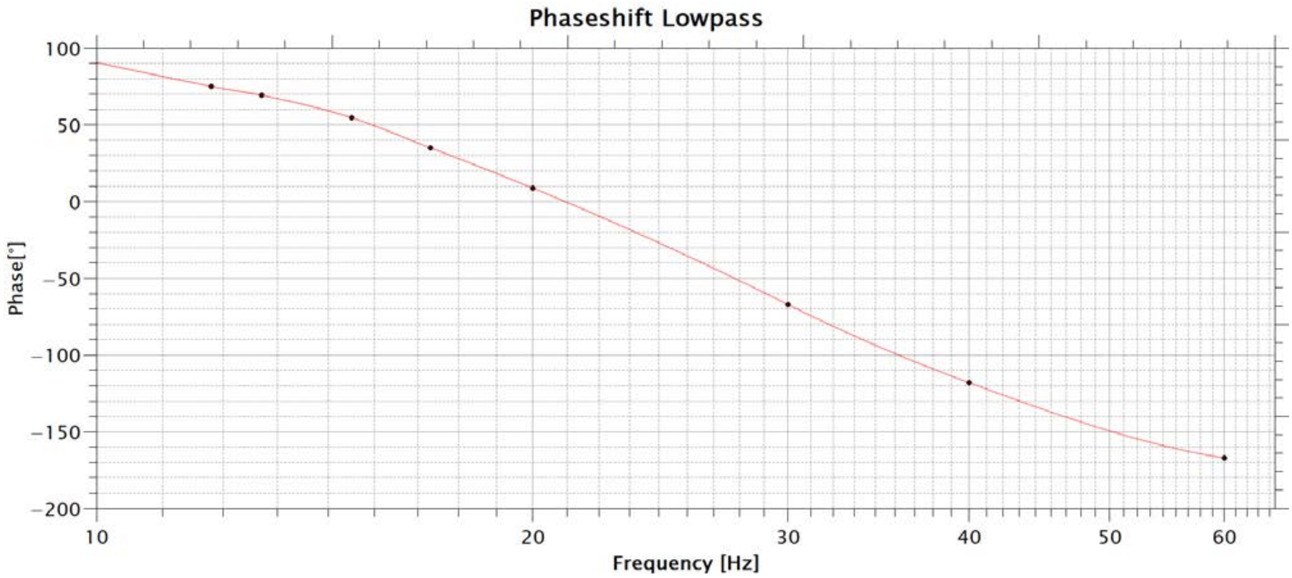

Abbildung 24: Phasen-Bode-Plot des im EKG-Schaltkreis verwendeten Tiefpassfilters.

Bandsperrefilter mit Mittenfrequenz 50Hz

Aufgrund des starken Umgebungsrauschens waren wir nicht in der Lage, klare Werte für die Messungen am Bandsperrfilter zu erhalten. Das Bode-Diagramm, das wir für die Verstärkung erhalten haben, zeigt ungefähr, wo die Mittenfrequenz liegen sollte, aber es ist nicht möglich, weder die Cut-Off-Frequenzen noch den Q-Faktor des Filters zu bestimmen.Wir gehen davon aus, dass der zweite relevante Cut-off-Wert bei etwa 125 Hz liegt, können dies aber aufgrund mangelnder Daten nicht mit Sicherheit sagen.

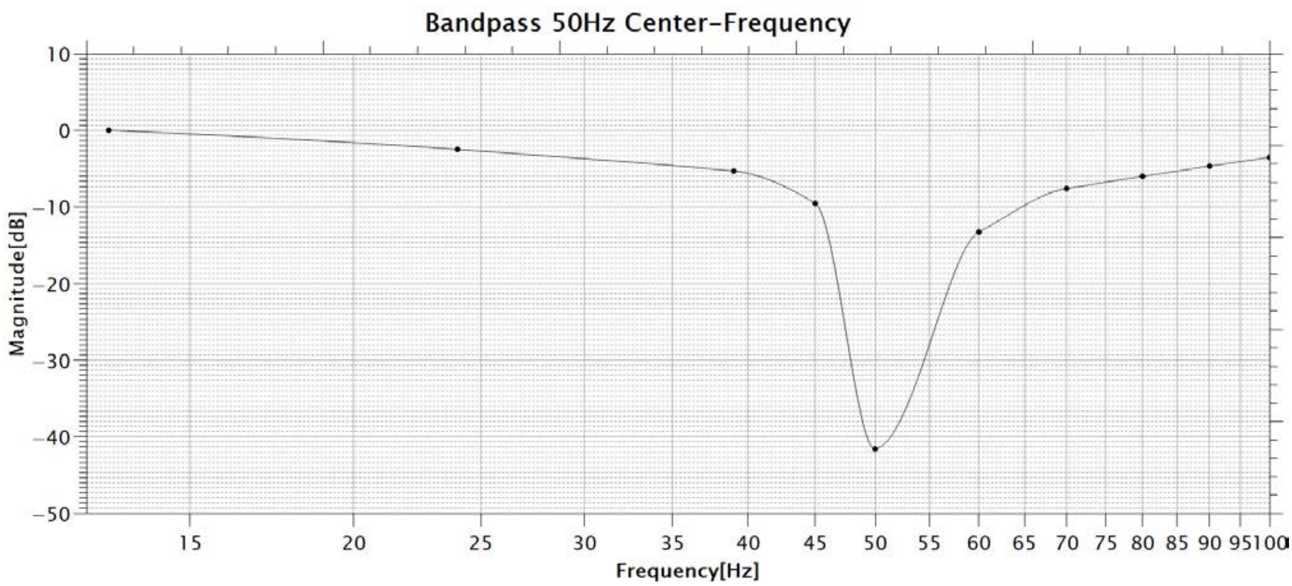

Abbildung 25: Bode-Plot des Bandsperrfilters, theoretische Mittenfrequenz markiert.

0.2.3 Aufnahme des Elektrokardiogramms

Im folgenden Abschnitt werden wir das Elektrokardiogramm der Schüler messen. Dieses Verfahren ist ein guter Weg, um die Effizienz der Kombination eines Operationsverstärkers mit einem Frequenzfilter zu zeigen, um wirklich kleine Amplitudensignale zu erfassen. Das Elektrokardiogramm wurde durch Auslesen des Ausgangs der folgenden Schaltung mit dem AD-Wandler aufgenommen:

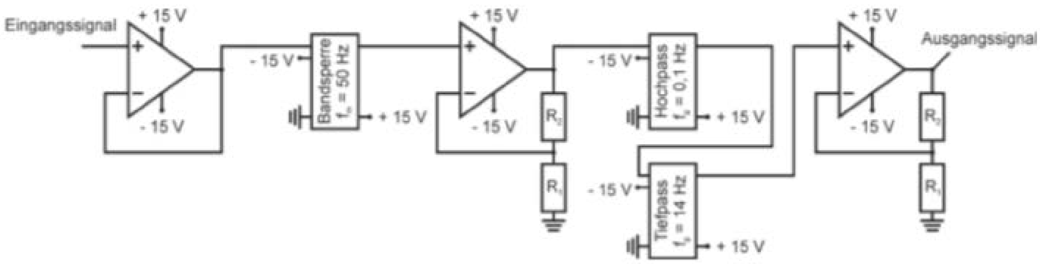

Abbildung 26: EKG-Schaltung

Messung von Rauschen und Auswahl von Filtern

Vor der Aufnahme der Elektrokardiogramm wurde das Signal, das die EKG-Klemmen aus der Umgebung aufnahmen, aufgezeichnet.

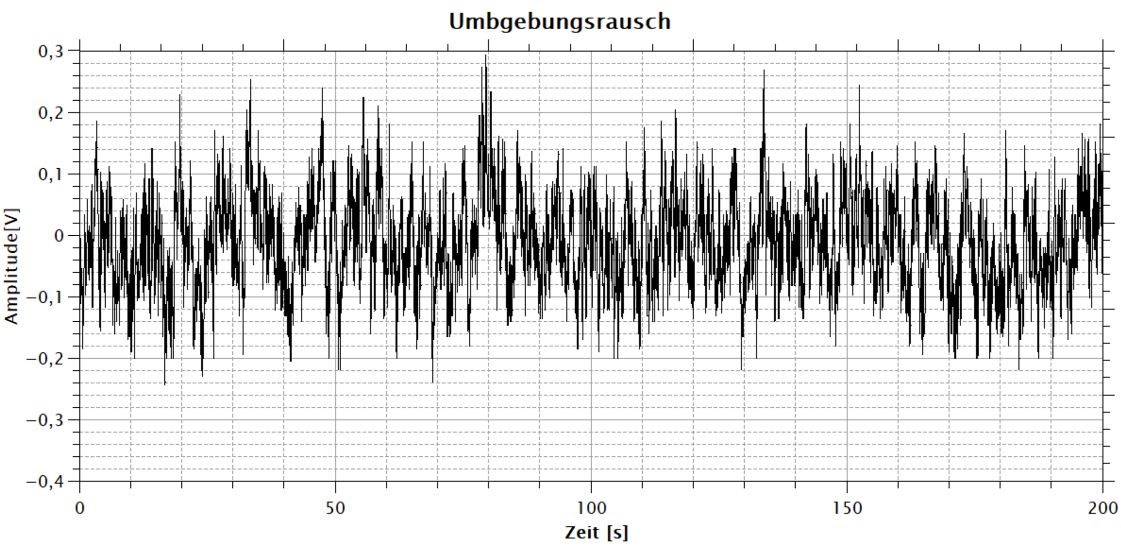

Abbildung 27: Aufzeichnung von Umgebungsgeräuschen an Klemmen

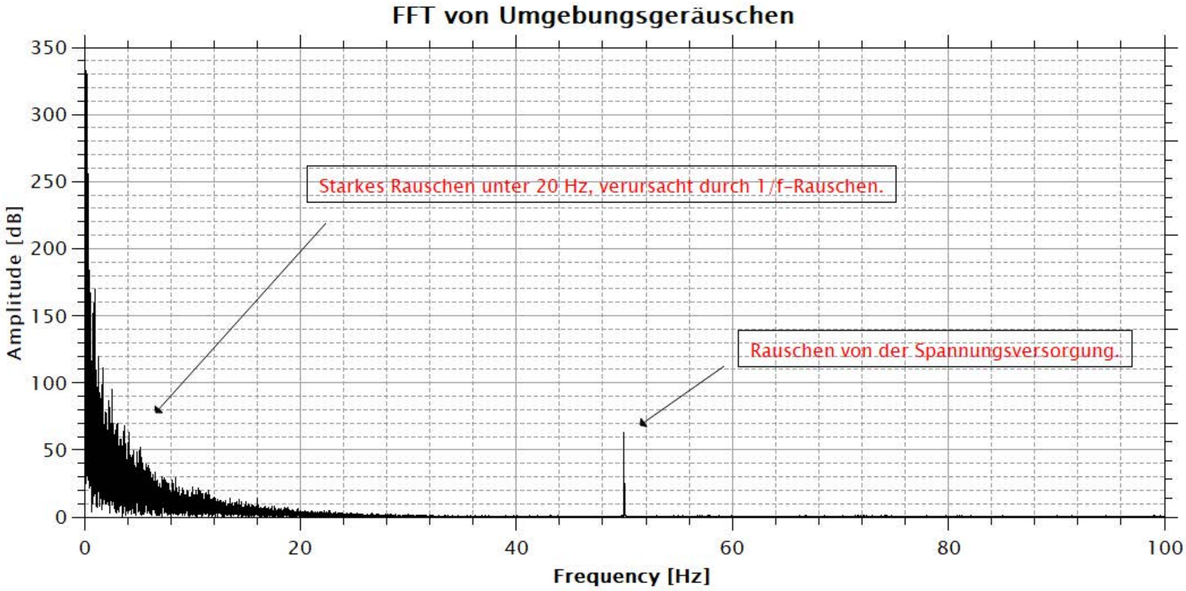

Abbildung 28: Fast-Fourier-Transform von Umgebungsgeräuschen an Klemmen

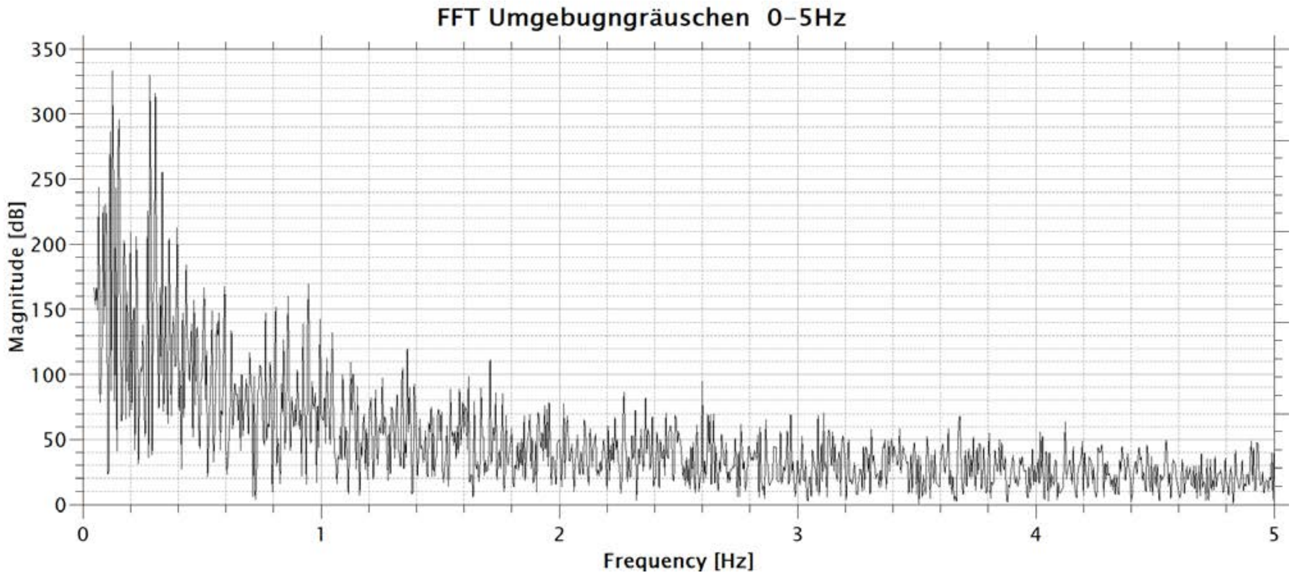

Abbildung 29: Fast-Fourier-Transform von Umgebungsgeräuschen an Klemmen, 0-5Hz Bereich

Wie von 29 gezeigt, besteht das Rauschen hauptsächlich aus $\frac{1}{f}$-Rauschen im Spektrum unter 20Hz und hat eine Komponente bei ca. 50Hz, die vom Netzteil erzeugt wird. Wir erwarten, dass die Amplitude von $\frac{1}{f}$ während der eigentlichen Messung abnimmt, da die passive Kapazität zwischen den Elektroden und der Umgebung abnimmt, wenn sie mit dem Körper verbunden sind. Durch den Vergleich dieses Spektrums mit dem Frequenzspektrum eines tatsächlichen EKGs kann man feststellen, welche digitalen Filter zusätzlich zu den bereits im Setup enthaltenen analogen Filtern verwendet werden können, um ein besseres Abbild des Heartpuls zu erhalten.

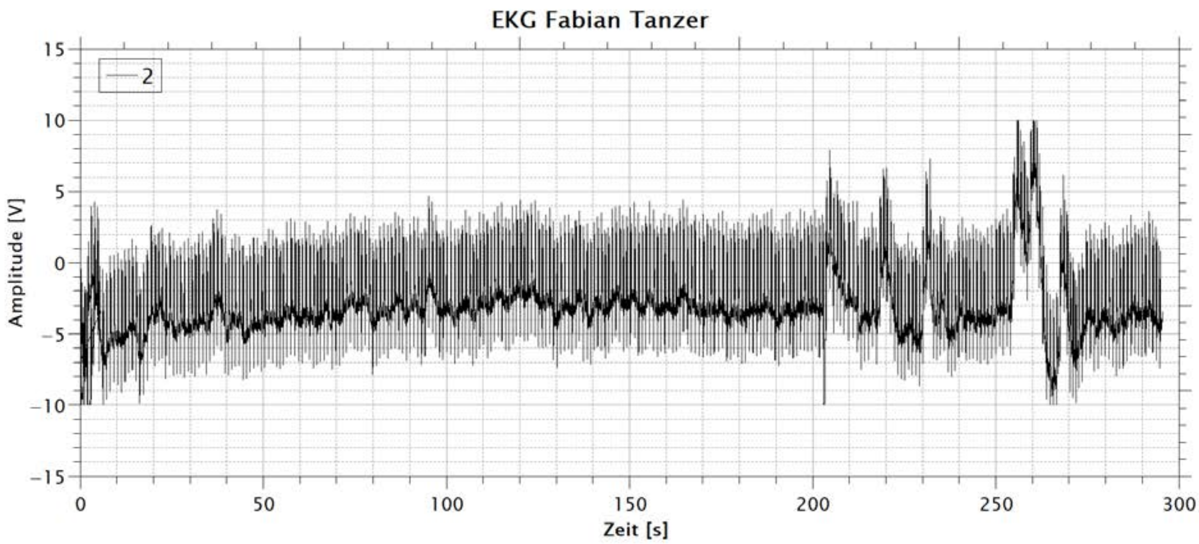

Abbildung 30: EKG-Signal des Studenten Fabian Tanzer

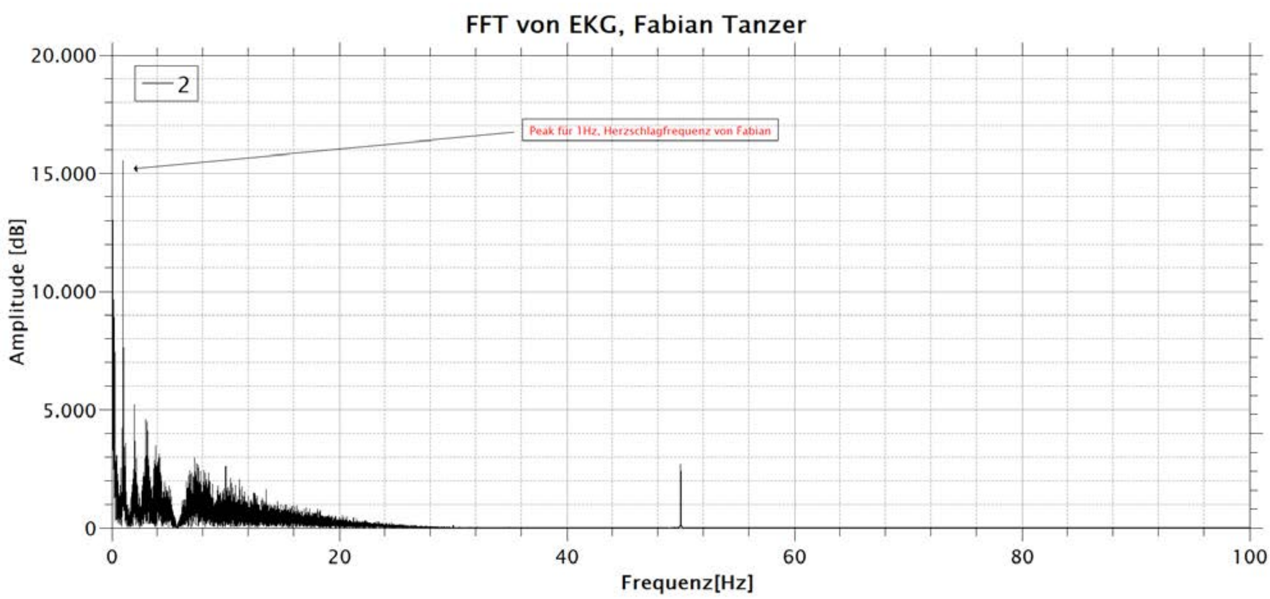

Abbildung 31: FFT von EKG-Signal des Studenten Fabian Tanzer,Herzschlag Peak markiert

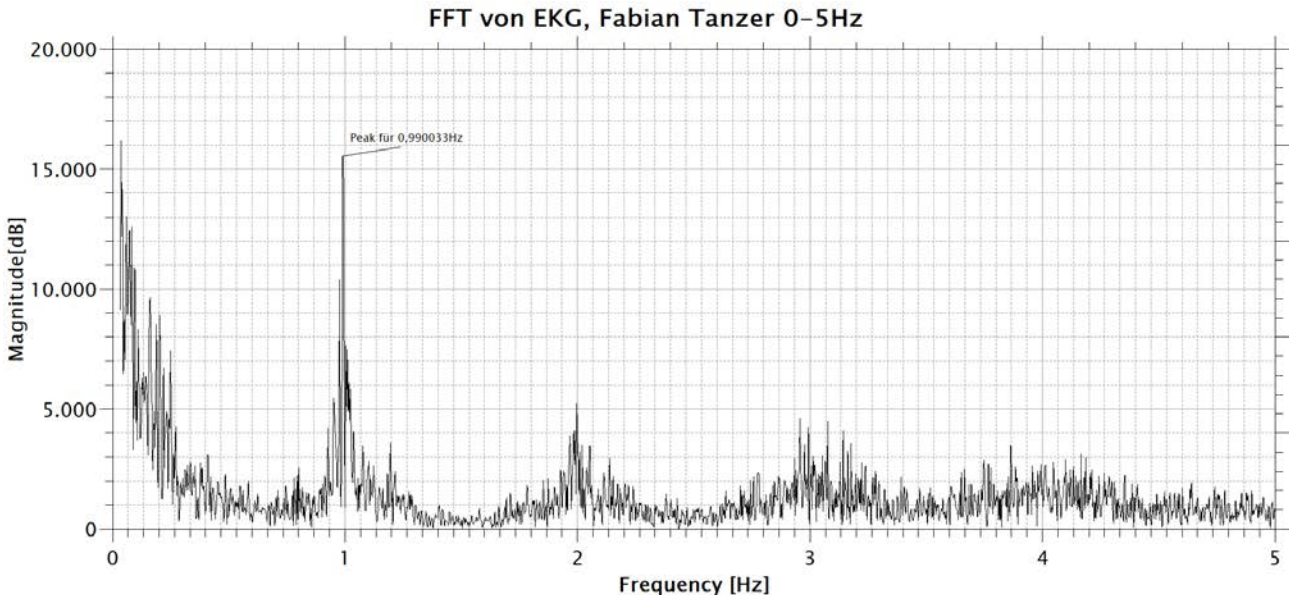

Abbildung 32: FFT von EKG-Signal des Studenten Fabian Tanzer 0-5Hz Bereich,Herzschlag Peak markiert

Wie man gleich an 31 erkennen kann , ist das Spektrum des EKG-Signals deutlich genug, um die Frequenzen zu zeigen, die mit dem Herzschlag des Studenten Fabian Tanzer in Verbindung stehen. Die Ruhepulsfrequenz von Fabian Tanzer beträgt 60bpm, da der Peak bei 1 Hz liegt. Ein digitaler Filter kann verwendet werden, um Frequenzen über 9 Hz herauszuschneiden, was zu einem klaren Spektrum des Herzpulses führen würde.

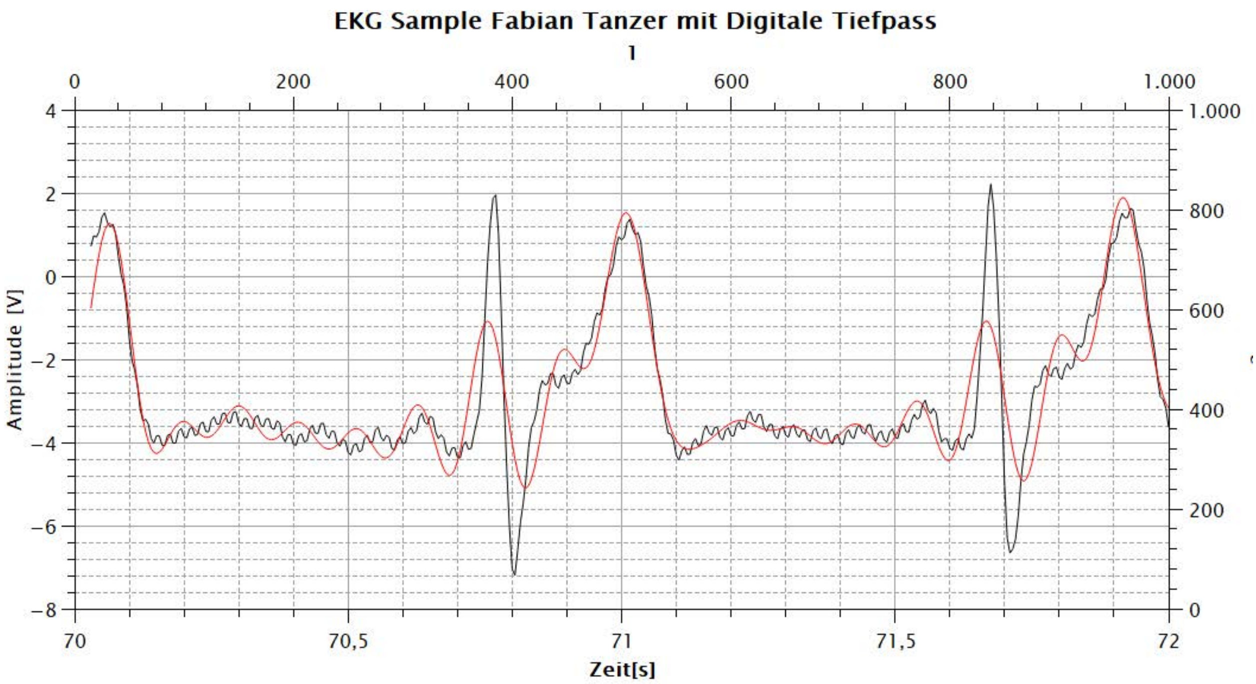

Abbildung 33: EKG Sample Tanzer mit Digitales Tiefpass(rot)

Analyse des Elektrokardiogramms

After discussing the methods of EKG sampling and filtering we will now discusss the extrapolated Data.

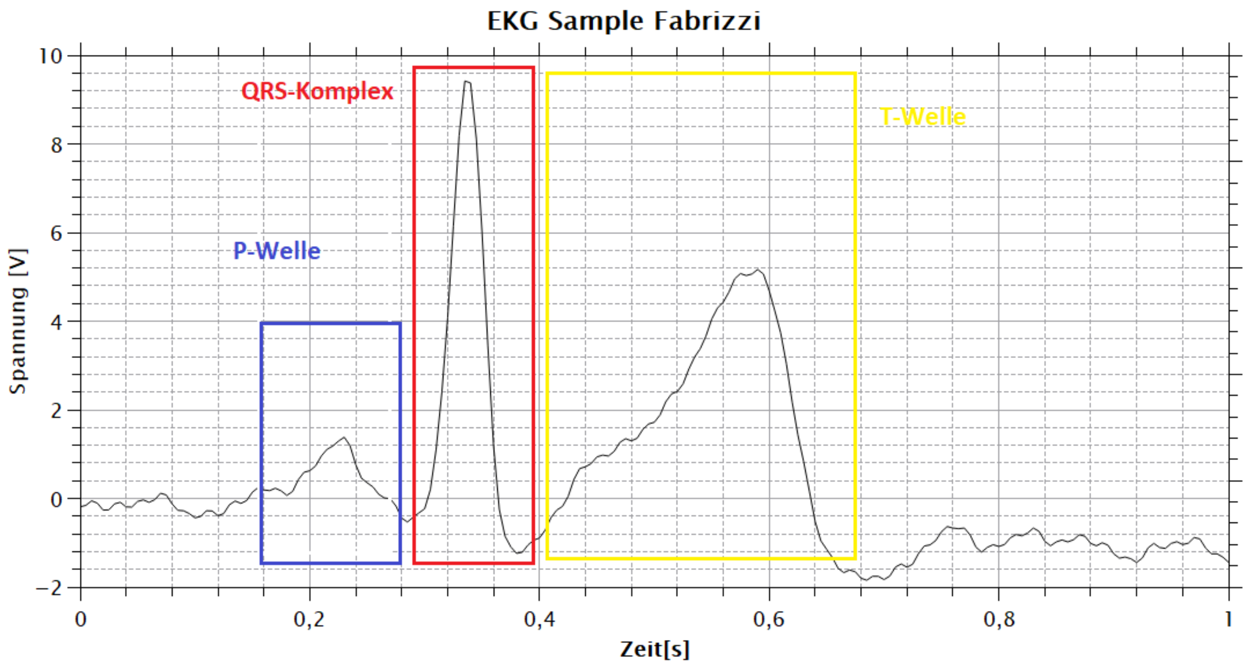

Abbildung 34: Beispiel für einen Erdschlusszyklus ,Fabrizzi. P-,T-Welle und QRS-Komplex sind markiert.

Wie in Abbildung 34 zu sehen ist, erlaubt die Qualität der gesammelten Daten, alle Komponenten eines Herzschlagzyklus klar zu unterscheiden und seine Dauer zu bewerten: ca. 480 ms.

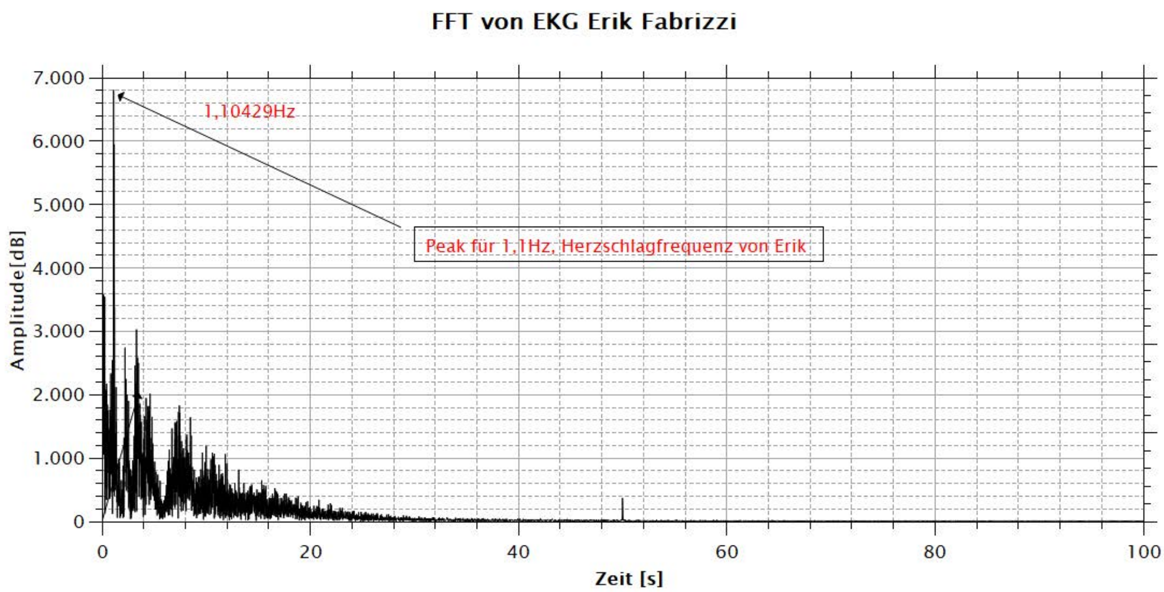

Abbildung 35: FFT des EKGs von Student Erik Fabrizzi

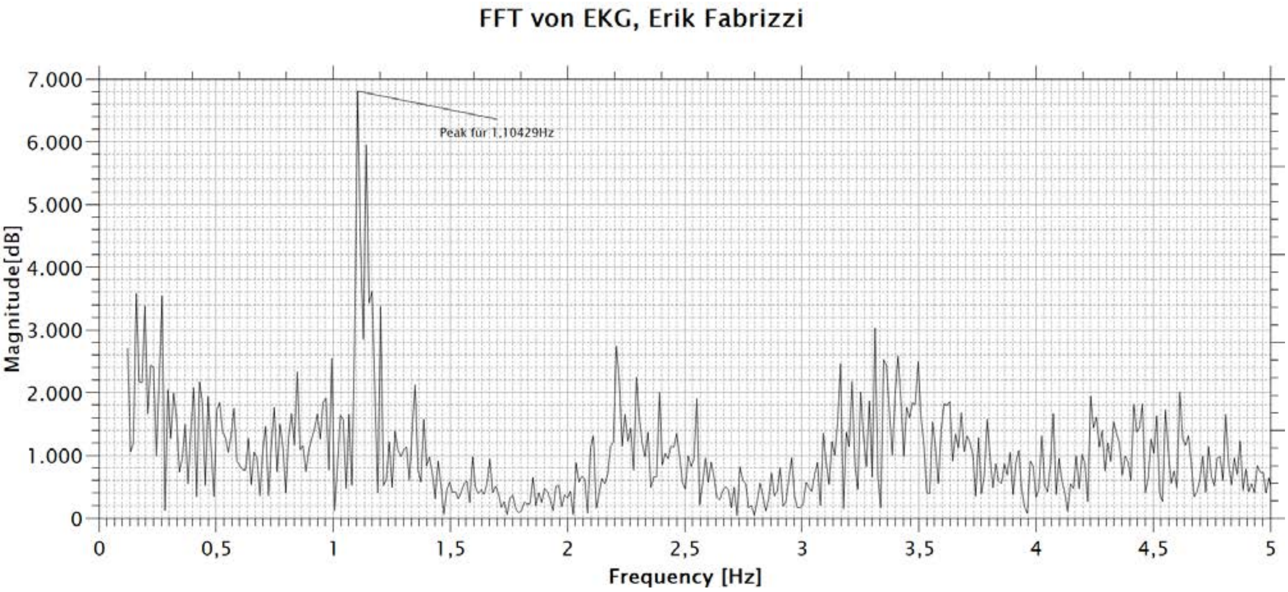

Abbildung 36: FFT des EKGs von Student Erik Fabrizzi, 0-5Hz Bereich

Die Schlagfrequenz kann auch im Fall des Studenten Erik Fabrizzi von den FTT des EKGs bestimmt werden:Sein Wert liegt bei ca. 66bpm. Vergleicht man die ausgewerteten Daten der beiden Studenten, so gibt es keinen bis wenig Unterschied zwischen den Signalen der Studenten Fabrizzi und Tanzer. Tanzer hat einen etwas stärker betonten Spannungsabfall nach dem QRS-Komplex und eine langsamere Herzschlagfrequenz.

Vergleich von analogen und digitalen Filtern

Am Ende des Experiments wurden zwei zusätzliche EKG-Signale aufgezeichnet:

- Ein Signal wurde unter Überbrückung des Tiefpass-Filters in der Schaltung aufgenommen.

- Ein Signal wurde unter Umgehung des Bandstopp-Filters in der Schaltung aufgenommen.

In diesem Abschnitt werden wir das digitale Äquivalent des Tiefpass- bzw. Bandsperrfilters auf die abgetasteten Daten anwenden und mit den analogen Ergebnissen vergleichen, um die Effizienz solcher Filteralgorithmen qualitativ zu bestimmen:

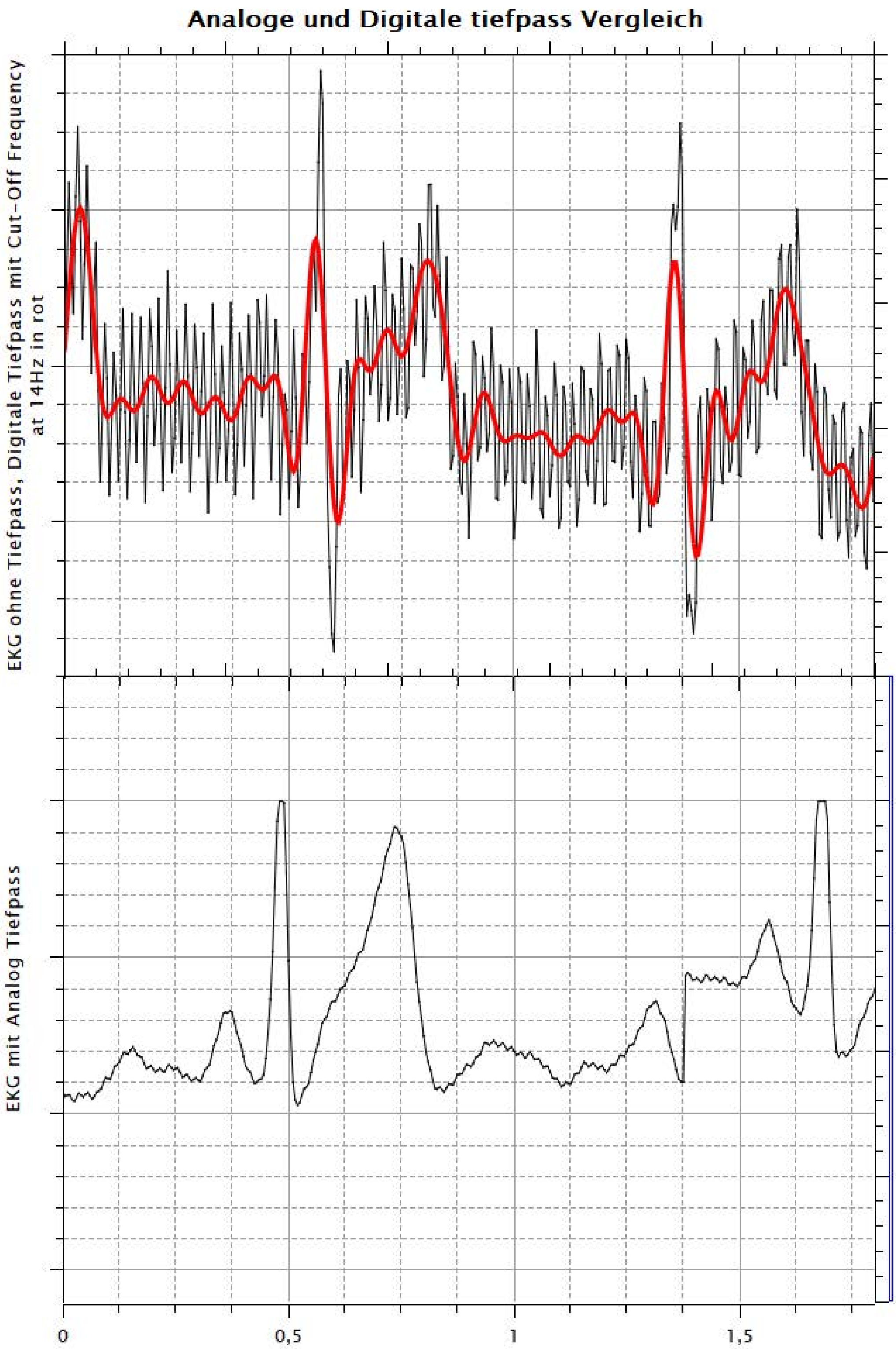

Abbildung 37: Vergleich von analogen und digitalen Tiefpassfiltern.

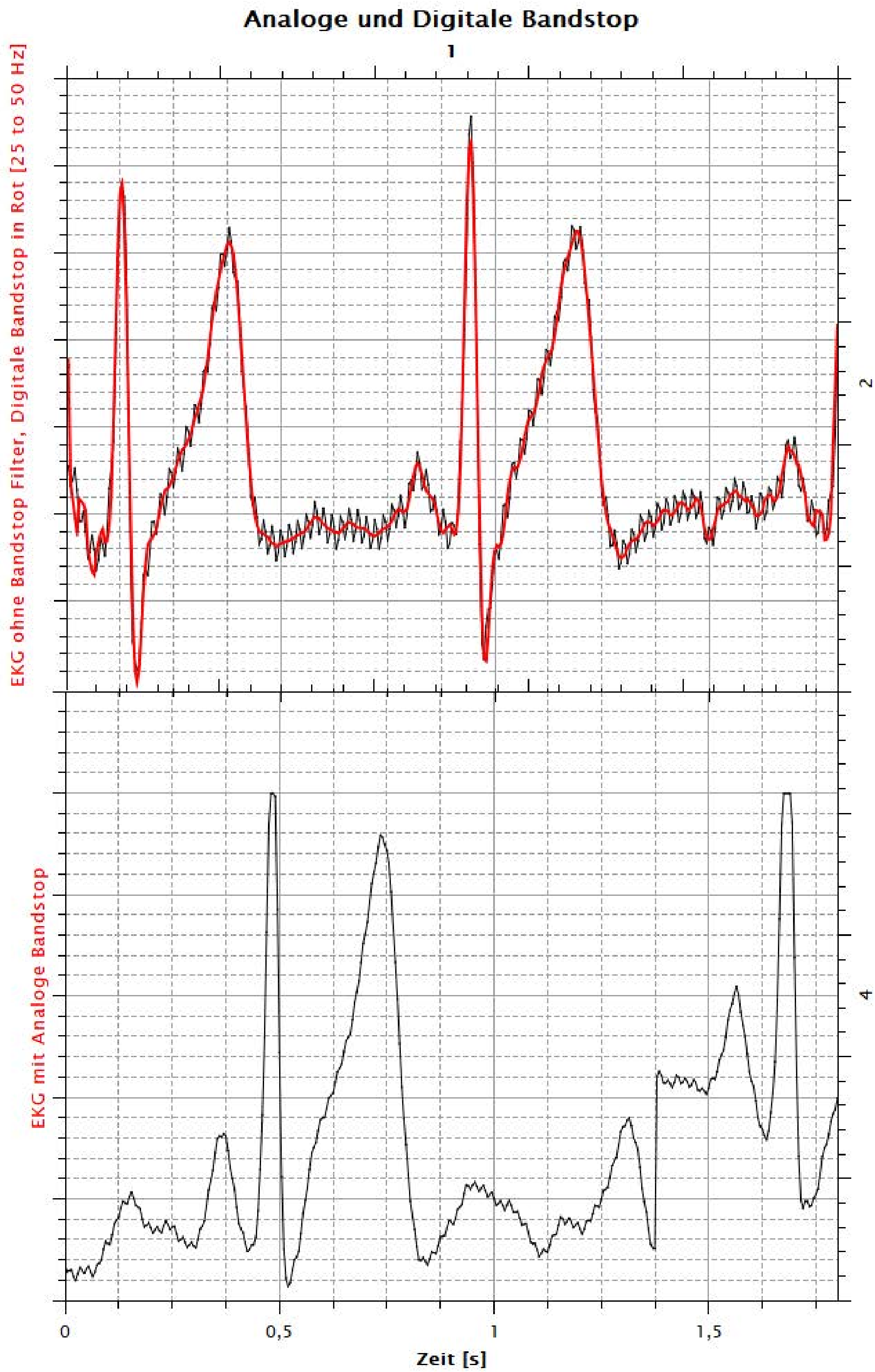

Abbildung 38: Vergleich von analogen und digitalen Bandsperrfiltern.

In den Abbildungen 37 und 38 wird der analoge Tiefpass bzw. Bandstop mit den enthaltenen FFT-Filtern der QtiPlot-Software verglichen. Beide zeigen deutlich, dass digitale Filter zwar einen gewissen Grad an Plot-Glättung erzielen, aber nicht so effizient sind wie ihre analogen Gegenstücke: Sowohl der digitale Tiefpass als auch der Bandstopp lassen deutlich eine groSSe Rauschkomponente unbeeinflusst. Da die QtiPlot-Software keine Auswahl der Filterreihenfolge anbietet und auch keine Informationen über die Reihenfolge der angebotenen Filter liefert, ist es möglich, dass digitale Filter höherer Ordnung eine bessere Arbeit leisten könnten. Es ist auch möglich, dass solche Filter den Verlust von Amplitudeninformationen erhöhen und mehr Rechenleistung erfordern.

0.3 Fazit

Diese Versuchsreihe war eine sehr interessante Einführung in den Einsatz von Operationsverstärkern und AD-Wandlern in der Messtechnik. Bei der Messung der beiden Bode Plots des Bandstop-Filters hatten wir einige Probleme: Das vom Oszilloskop angezeigte Signal war sehr verrauscht und die Phasenverschiebung fast unlesbar. Trotz der alten Geräte, die wir verwendet haben, und der Schaltung, die nur auf einem Steckbrett montiert war, haben wir sehr gute Ergebnisse bei der EKG-Aufzeichnung erhalten, was ein guter Beweis dafür ist, dass die Kombination von adäquate Frequenz Filter helfen kann, qualitativ hochwertige Daten zu sammeln, auch wenn man sehr schwache Signale misst.

Abbildungsverzeichnis

1 altes (links) und neues (rechts) Schaltzeichen (13) 1
2 OPV-Typen (13) 1
3 OPV-Bezeichnungen (13) 2
4 Schaltung des nichtinvertierenden OPV (11) 3
5 Impedanzwandler (10) 3
6 Signal-Zeit Diagramm (1) 4
7 Das Eingangssignal (blau) ist bandbegrenzt. Das durch korrekte Abtastung mit der Frequenz f_s entstehende Signal ist grün eingezeichnet. (1) 5
8 Spannungsteiler mit OPV und A/D-Wandler 6
9 Komplexe Widerstand (3) 7
10 Bode-Diagramm eines Hochpassfilters (7) 8
11 Diagramm eines Tiefpassfilters 8
12 Umrechnung in Dezibel (6) 9
13 Verschiedene Arten von Passfilter 1. Ordnung (Quelle: Selbst erstellt) . 9
14 oben links: Passiver Bandpass 1. Ordnung, Oben rechts: LC Bandpass 1. Ordnung, Unten links: Passiver Bandpass 2. Ordnung, Unten rechts: RLC Bandpass (typisch) (12) 10
15 Vergleich der Diagramme und Schaltungen von Bandsperre und Bandpass (7) 10
16 Filtersteilheit (8) 11
17 Rechteckspannung nach Durchlaufen eines Tiefpasses (4) 11
18 Darstellung des Gibbsschen Phänomens (9) 12
19 *Testschaltung für den Operationsverstärker mit einem Spannungswandler am nicht invertierten Input.* 15
20 Lineare Abhängigkeit zwischen U_{in} U_{out} für $A_m es = 1,031$. 15
21 Lineare Abhängigkeit zwischen U_{in} U_{out} für $A_m es = 11,38$. 16
22 Lineare Abhängigkeit zwischen U_{in} U_{out} für $A_m es = 118$. 16
23 Bode-Plot des Tiefpassfilters aus der EKG-Schaltung. Die Cut-Off-Frequenz ist durch rote Linien markiert. 17
24 Phasen-Bode-Plot des im EKG-Schaltkreis verwendeten Tiefpassfilters. 18
25 Bode-Plot des Bandsperrfilters, theoretische Mittenfrequenz markiert. . 18
26 EKG-Schaltung 19
27 Aufzeichnung von Umgebungsgeräuschen an Klemmen 19
28 Fast-Fourier-Transform von Umgebungsgeräuschen an Klemmen 20
29 Fast-Fourier-Transform von Umgebungsgeräuschen an Klemmen, 0-5Hz Bereich 20

30 EKG-Signal des Studenten Fabian Tanzer 21
31 FFT von EKG-Signal des Studenten Fabian Tanzer,Herzschlag Peak markiert 21
32 FFT von EKG-Signal des Studenten Fabian Tanzer 0-5Hz Bereich,Herzschlag Peak markiert 22
33 EKG Sample Tanzer mit Digitales Tiefpass(rot) 22
34 Beispiel für einen Erdschlusszyklus ,Fabrizzi. P-,T-Welle und QRS-Komplex sind markiert. 23
35 FFT des EKGs von Student Erik Fabrizzi 23
36 FFT des EKGs von Student Erik Fabrizzi, 0-5Hz Bereich 24
37 Vergleich von analogen und digitalen Tiefpassfiltern. 25
38 Vergleich von analogen und digitalen Bandsperrfiltern. 26

Literaturverzeichnis

[1] *https://de.wikipedia.org/wiki/Analog-Digital-Umsetzer*. 6, 7, 0.3

[2] *https://de.wikipedia.org/wiki/Nyquist-Shannon-Abtasttheorem*. 0.1.2

[3] *https://de.wikipedia.org/wiki/Impedanz*. 9, 0.3

[4] 17, 0.3

[5] https://goldammer.de/html. 0.1.4

[6] https://www.ak.tu-berlin.de/fileadmin/a0135/unterrichtsmaterial/skripte.pdf. 12, 0.3

[7] https://www.elektroniktutor.de. 10, 15, 0.1.3, 0.3

[8] http://www.analogeklangsynthese.de/analog/flanke.html. 16, 0.3

[9] https://de.wikipedia.org/wiki/GibbsschesPhänomen. 18, 0.3

[10] https://de.wikipedia.org/wiki/Impedanzwandler. 5, 0.3

[11] https://de.wikipedia.org/wiki/Operationsverstärker. 4, 0.3

[12] https://electronicbase.net/de/bandpass berechnen/. 14, 0.3

[13] V. Matthias. *Operationsverstärker Grundlagen, Schaltungen, Anwendungen*, volume 2. überarbeitete und erweiterte Auflage. Hanser, 2020. 1, 2, 3, 0.3

[14] K. T. Operationsverstärker und a/d-wandler. *Universität Regensburg*, Oct. 2016. Heimbach F. Ziola M., Srichandan S., Hubmann J., Disterheft D. 0.1.2, 0.1.5

[15] B. Tilman. *Fouriertransformation für FuSSgänger*, volume 7. Auflage. Vieweg + Teubner. 0.1.4, 0.1.4, 0.1.4